Lycée Ali Belhouen -Béja - Classe : 3 ème Maths	DEVOIR DE CONTROLE 3	Durée : 3h - Mai 2011

Exercice 1 :

L'espace ξ est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$;

1) Si A et B deux points distincts de ξ alors L'ensemble des points M de l'espace tel que $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM} = 0$ est :a) le cercle de diamètre [AB] b) La sphère de diamètre [AB] c) La droite (AB).

Exercice 2 :

L'espace ξ est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

Soit $S = \{M(x, y, z) \in \xi : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 4z + 5 = 0\}$

On considère les points $A(-2\,;0\,;0)$, $B(0\,;1\,;0)$ et $C(0\,;0\,;-1)$

1)Montrer que S est une sphère dont on déterminera le centre Ω et le rayon R

2)a) Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

b) En déduire qu'une équation cartésienne de plan (ABC) est $x - 2y + 2z + 2 = 0$

3) a)Montrer que Les points A, B, C et Ω ne sont pas coplanaires

b) Calculer le volume υ du tétraèdre Ω ABC

c) Calculer l'aire du triangle ABC ,en déduire la distance de point Ω au plan (ABC)

En déduire l'intersection de la sphère S et le plan (ABC) est un cercle dont on précisera le centre E et le rayon r .

Exercice 3 :

On considère la suite $\begin{cases} u_n = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{2 + 3u_n}{2 + u_n} \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1) Montrer par récurrence que pour tout n∈IN, on a : $0 \leq u_n \leq 2$

2) Montrer que (u_n) est une suite croissante.

3) Soit la suite v définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = \dfrac{u_n - 2}{u_n + 1}$.

a) Montrer que v_n est une suite géométrique de raison $q = \dfrac{1}{4}$.

b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n

c) En déduire la limite de la suite (u_n).

4) Soit la suite w définie sur $\mathbb{N}$ par $w_0 = 0$ et $w_{n+1} = w_n + v_n$ pour $n \in \mathbb{N}$

a) Montrer $w_n = \frac{8}{3}\left(\left(\frac{1}{4}\right)^n - 1\right)$ pour $n \in \mathbb{N}$.

b) Calculer alors la limite de la suite (w_n)

L'espace E est rapporté à un repère orthonormé direct (O,i, j,k)

– – –

.

On donne les points A(2,0, 1) ; B(- 0,0,-1) et C(2,2,0) .

1) a) Calculer les composantes du vecteur AB Ù AC

—— ——

.

b) En déduire que les points A, B et C ne sont pas alignés.

c) Donner une équation cartésienne du plan P = (ABC)

2) Soit Q le plan dont une équation cartésienne est : x + z -1 = 0 .

a) Montrer que P et Q sont sécants.

b) Déterminer une représentation paramétrique de leur droite d'intersection

3) Soit S = {M(x, y, z)Î E ; $x^2 + y^2 + z^2$ - 2x + 2z +1 = 0}.

a) Montrer que S est une sphère de centre W(1,0,-1) et le rayon 1.

b) Montrer que l'intersection de la sphère S avec le plan Q est un cercle C dont on déterminera le centre H et le rayon r.

4) Soit le point N(1+ cos 2t , 2 sin t × cos t , - cos 2t) ; t Î[0,p]

a) Vérifier que A et B sont deux points diamétralement opposés de la sphère S.

b) En déduire que N appartient à S.

Le tableau ci-dessous donne le chiffre d'affaires, exprimé en milliers de dinars, réalisé par une entreprise pour les années 2001 à 2006.

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5
Chiffre d'affaires en milliers de dinars : y_i	55	58	64	85	106	112

1) a) Représenter le nuage de points $M(x_i , y_i)$ dans un repère orthogonal.

b) Un ajustement affine de cette série est-il justifié ?

c) Donner les coordonnées du point moyen G du nuage.

d) Calculer $\sigma(x)$ et $\sigma(y)$

2) a) Calculer les coordonnées du point moyen G_1 de la première partie du

nuage. (Année 2001, 2002, 2003)
b) Calculer les coordonnées du point moyen G_2 de la deuxième partie du nuage. (Année 2004, 2005, 2006)
c) Tracer la droite (G_1G_2) .
3) a) Montrer que l'équation réduite de la droite (G_1G_2) est : y = 14x + 45
b) Estimer le chiffre d'affaires réalisé en 2009.
c) Déterminer après combien d'années (à partir de 2001) le chiffre d'affaires devient supérieur ou égal à 175 milliers de dinars.

Exercice

Une banque a enregistré les nombres de retraits opérés dans un guichet automatique pendant une journée.

Le tableau suivant donne les montants (en DT) des retraits et leurs effectifs :

Montant en DT : x_i	40	35	30	25	20	15	10	5
Effectifs de retraits : y_i	19	20	17	11	13	16	7	2

1) a) Construire, dans un repère orthogonal, le nuage des points représentant cette série statistique.
   b) Quelle particularité peut -on remarquer au sujet de la forme du nuage ?
2) On partage l'ensemble des points du nuage en deux parties. La première partie P_1 correspond aux retraits inférieurs
   ou égaux a 25 DT et la deuxième partie P_2 correspond aux autres retraits.
   a) Déterminer les coordonnées des points moyens G_1 et G_2 respectifs des parties P_1 et P_2 . Placer G_1 et G_2
   dans le même repère.
   b) Donner une équation cartésienne de la droite D passant par les points moyens G_1 et G_2 .

Quel nombre de retraits de 50 DT peut-on prévoir en une journée ?

Exercice

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On donne les points A(1,1,0) , B(1,-1,1) et C(0,1,1) et soit le plan P : x + 2y – 2z + 1 =0.

1) Calculer le produit vectoriel $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ *et en déduire que les points A , B et C ne sont pas alignés*
2) Montrer qu'une équation du plan Q passant par les points A , B et C est : 2x + y + 2z -3 =0.
   a) Montrer que les plans P et Q sont perpendiculaires.
   b) Donner une représentation paramétrique de la droite D intersection des plans P et Q.
   c) Soit le point I(2,1,1) et M un point de D , Calculer la distance de I à D .
3) a) Montrer que les points I , A, B et C ne sont pas coplanaires .
   b) Calculer le volume du tétraèdre IABC .
   c) Calculer la distance de I à Q et en déduire l'aire du triangle ABC.

4) Soit l'ensemble S des points M(x, y, z) de l'espace vérifiant :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 2z + \frac{38}{9} = 0.$$

a) Montrer que S est une sphère de centre I et tangente au plan Q.

b) Montrer que le plan P coupe la sphère S suivant un cercle (ζ) dont on précisera son rayon r et les coordonnées de son centre K .

Une urne contient 6 boules blanches et 4 boules noires, indiscernables au toucher.

Les boules blanches sont numérotées −1 ,−1,0,1,1, 1 et les boules noirs sont numérotées−1 ,0,1,1

On tire simultanément et au hasard 3 boules de l'urne et on considère les événements suivants

A:"Les 3 boules tirées sont de même couleur "

B:"Les 3 boules tirées sont de même numéro "

C:"Les 3 boules tirées sont de même numéro et de même couleurs "

1)a) Calculer p(A) ,p(B) et p(C).

b) En déduire que $p(A\cup B)=\frac{17}{60}$.

2) Déterminer les probabilités des événements

D :"Obtenir au moins une boule numéroté 1 "

E :"La somme de numéros inscrit sur les boules tirée est égale à 0 "

3) considère l'épreuve suivante qui consiste à tirer au hasard 2 boules de l'urne de la manière suivante:

On tire une première boule:

* Si elle porte le numéro 0, on ne la remet pas dans l'urne et on tire une deuxième boule

* Si elle ne porte pas le numéro 0, on la remet dans l'urne et on tire une deuxième boule et on considère les évènements:

M:"La première boule tirée porte le numéro 0"

N:"La deuxième boule tirée porte le numéro 1"

Calculer alors p(N) (Indication : utiliser un arbre de probabilité)